

제43회 보험계리사 및 손해사정사 제2차 시험문제

(2020년도 시행)

【 계 리 모 형 론 】

※ 모든 문제의 계산은 소수점 이하 넷째 자리에서 반올림하여 셋째 자리까지 산출함.

1. 손해액 X 의 확률밀도함수는 다음과 같다.

$$f(x; \theta, d) = \frac{e^{-(x-d)/\theta}}{\theta}, \quad x \geq d, \quad d \geq 0, \quad \theta > 0.$$

이 분포로부터 크기가 5인 임의표본(random sample) 5, 12, 20, 34, 39가 주어졌다. 최대가능도(maximum likelihood) 방법으로 확률밀도함수의 모수들을 추정할 때, θ 의 추정값을 구하시오. (10점)

(뒷면 계속)

2. 한 해 동안 한국보험회사에 청구되는 보험금의 총합계 S 는 다음과 같은 복합모형(compound model)을 따른다. $Var(S)$ 를 구하시오. (10점)

i) $S = X_1 + \dots + X_N$

ii) 연간 청구건수 N 은 평균이 λ 인 포아송분포를 따른다.

iii) N 은 X_i 들과 독립이다.

iv) 모든 양의 정수 n 에 대하여 $N=n$ 일 때, X_1, \dots, X_n 은 서로 독립이며 다음과 같은 분포를 동일하게 따른다.

x	1	3
$Pr(X=x)$	1/3	2/3

v) $Pr(S=4) = Pr(S=3) + 6Pr(S=1)$

(뒷면 계속)

3. 지난 4년간 보험계리사 시험 응시자들에 대한 합격자수를 조사한 결과가 다음 표와 같다. 다음 가설에 대한 카이제곱 검정(Chi-square test)을 유의수준 $\alpha = 0.05$ 에서 시행하시오. (10점)

H_0 (귀무가설) : 연도별로 보험계리사 합격률은 일정하다.

H_1 (대립가설) : 연도별로 보험계리사 합격률은 일정하지 않다.

연도	응시자수	합격자수
2016	1,100	210
2017	1,000	165
2018	1,300	250
2019	1,500	320

X 가 자유도 n 인 카이제곱 분포를 따를 때 $Pr(X > \chi^2_{\alpha}(n)) = \alpha$ 를 만족하는 $\chi^2_{\alpha}(n)$ 의 값은 다음 표와 같다.

$\alpha \backslash n$	1	2	3	4	5
0.01	6.6349	9.2103	11.3449	13.2767	15.0863
0.025	5.0239	7.3778	9.3484	11.1433	12.8325
0.05	3.8415	5.9915	7.8147	9.4877	11.0705
0.10	2.7055	4.6052	6.2514	7.7794	9.2364

(뒷면 계속)

4. 태평양의 외딴 섬나라의 보건 당국은 미래의 바이러스 감염자 숫자를 예측하기 위하여 다음과 같은 확률과정 모형을 고려하고 있다.

i) 바이러스 감염률은 현재 시점에서 15명 중에 10명꼴이다.

(감염 10명, 비감염 5명).

$$\text{현재 바이러스 감염률} = \frac{\text{감염자}}{\text{감염자} + \text{비감염자}} = \frac{10}{10 + 5}.$$

ii) 첫날 임의의 한 주민에게 검사를 한 결과 바이러스 감염이 확인되면 그 날의 방역정책의 효과가 다소 떨어진 것을 반영하여 다음 날의 바이러스 감염률을, 감염자에 2명 추가하여, 17명 중에 12명꼴로(감염 10명+2명, 비감염 5명) 상향 조정한다.

$$\text{검사결과 양성인 경우 다음 날의 바이러스 감염률} = \frac{(10 + 2)}{(10 + 2) + 5}.$$

반대로 검사 결과가 음성이면, 방역이 효과적이었다고 판단하여 다음 날의 바이러스 감염률을 비감염자에 2명 추가하여 17명 중에 10명꼴로(감염 10명, 비감염 5명+2명) 하향 조정한다.

$$\text{검사결과 음성인 경우 다음 날의 바이러스 감염률} = \frac{10}{10 + (5 + 2)}.$$

iii) 그 이후로도 매일 임의의 한 주민에게 검사를 하여 동일한 방식으로, 양성이면 감염자에 2명씩을 더 추가하고 음성이면 비감염자에 2명씩을 더 추가하여, 다음 날의 바이러스 감염률을 조정한다.

보건 당국은 오늘부터 매일 한 주민을 임의로 선택하여 바이러스 검사를 할 예정이다. 3일 동안 검사를 할 경우 양성반응자가 1명뿐일 확률을 구하시오. (10점)

(뒷면 계속)

5. 오메가 연구소는 4차 산업의 핵심적인 기술 분야에서 세계화 경쟁력을 갖추기 위해 다양한 첨단 장비를 도입하여 사업을 운영하고 있다. 보유한 장비들은 크게 빅데이터 처리장치, 5G 통신장비, 그리고 인공지능 모듈로 구분된다. 이 장비들의 보유 개수와 수리가 필요한 고장 발생 확률, 수리비용에 관한 정보는 다음 표와 같다.

장비구분	보유 개수	고장 발생 확률 (1대 당, 1년 간)	수리비용의 평균	수리비용의 분산
5G 통신장비	20	0.4	100	2,000
빅데이터 처리장치	50	0.1	300	60,000
인공지능 모듈	10	0.7	1,000	150,000

* 각 장비는 1년 동안 최대 1번 고장이 발생할 수 있으며, 고장 발생과 수리비용은 서로 독립이다.

오메가 연구소는 1년 간 발생할 수 있는 장비의 수리비용을 일반손해보험에 가입하지 않고 연구소에서 스스로 감당하기로 하였다. 연구소는 수리비용의 변동성을 감안하여 1년 간 발생하는 모든 장비의 수리비용 총합계의 기댓값에 표준편차를 더한 값으로 예산을 편성하기로 결정하였다. 편성 예산액을 구하시오. (10점)

(뒷면 계속)

6. 한국보험회사는 위험도에 따라 피보험자들을 A, B, C 세 분류로 구분하고 있으며, 각각의 분류에서 피보험자들에게 발생하는 사고건수의 확률분포는 다음과 같이 알려져 있다.

분류	사고건수		
	0	1	2
A	0.8	0.1	0.1
B	0.7	0.2	0.1
C	0.6	0.4	0.0

최근 2년의 사고건수를 관찰한 결과는 다음과 같다.

연도	피보험자수	사고건수
2018년	50	20
2019년	75	50

2020년 피보험자수가 100명일 때 뵐만-스트라우프 신뢰도(Bühlmann-Straub credibility)를 이용한 2020년도 사고건수를 구하시오. (10점)

(뒷면 계속)

7. 한국보험회사는 보유하고 있는 일반손해보험계약 각각의 손해액 X 에 대하여 보유한도 $\theta(>0)$ 를 초과하는 손해액, $\max(X-\theta, 0)$ 을 해외 재보험자가 부담하는 초과손해액재보험 특약을 체결하였다. 재보험 특약 기간 1년 동안 발생하는 사고 중에서 보유한도 θ 를 초과하는 사고건수를 N_θ 라고 할 때 아래의 정보를 이용하여 $Var(N_\theta)$ 를 구하시오. (10점)

i) 재보험 특약 기간 1년 동안 발생하는 사고건수 N 은 다음과 같은 분포를 따른다.

n	0	1	2	3
$Pr(N=n)$	0.50	0.30	0.15	0.05

ii) 모든 양의 정수 n 에 대하여 $N=n$ 일 때 X_1, \dots, X_n 은 서로 독립이며 다음과 같은 파레토분포를 따른다.

$$F_X(x) = 1 - \left(\frac{\theta}{x + \theta} \right)^2, \quad x > 0.$$

(뒷면 계속)

8. 원수보험자 A는 2019년 자연재해를 대비해 사고 건당 보유한도를 100억원으로 하는 재산종합보험의 초과손해액재보험(Excess of Loss) 계약을 재보험자 B와 아래와 같이 체결하였다.

<초과손해액재보험 계약조건>

Layer1 : 재보험자는 원수손해액 100억원에서 200억원 미만까지 100억원 초과분의 70% 보상

Layer2 : 재보험자는 원수손해액 200억원에서 400억원 미만까지 200억원 초과분의 80% 보상

Layer3 : 재보험자는 원수손해액 400억원에서 600억원 미만까지 400억원 초과분의 90% 보상

또한 원수보험자 A는 향후 재해가 빈발할 것을 대비하여 자신이 부담하는 총손해액을 500억원 한도로 제한하는 총누적손해 초과손해재보험 (Aggregate Stop Loss) 계약을 재보험자 C와 추가로 체결하였다.

2019년 한 해 동안 태풍과 지진으로 인해 다음과 같은 보험금이 원수보험자 A에게 청구되었을 때 재보험자 C가 지급하는 재보험금을 구하시오. (10점)

사고내용	태풍1	지진1	태풍2
금액	540억원	800억원	410억원

(뒷면 계속)

9. 한국보험회사는 아래 정보를 이용하여 다음해 생산물배상책임보험 보험료를 5% 인상할 예정이다. 현재 보상한도 1억원 계약의 기본보험료는 100,000원이다.

보상한도	올해 상대도	On-level 경과보험료	손해액
1억원	1.00	75억원	60억원
2억원	1.30	50억원	45억원
5억원	1.60	20억원	12억원

- (1) Off-balance 계수를 구하시오. (5점)
- (2) 보상한도 1억원 계약의 보험요율 실제 조정률을 구하시오. (5점)

(뒷면 계속)

10. 아래의 최근 3개년 손해율 정보를 이용하여 본휴에터-퍼거슨 (Bornhuetter-Ferguson) 방법으로 사고연도 AY2020년의 최종 손해액 (Ultimate Loss)을 구하십시오. (10점)

i) 요율조정 이력

날짜	조정률
2017년 4월 1일	3% 인상
2018년 7월 1일	2% 인상

ii) 경과보험료와 보고손해액(2020년 12월 31일 기준)

경과보험료 (달력연도 CY2020년 기준)	보고된 손해액 (사고연도 AY2020년 기준)
100,000	8,000

iii) 사고연도 기준 경과기간별 보고된 손해액 비율(최종손해율 대비)

경과기간	비율
12개월 이내	15%
24개월 이내	45%
36개월 이내	70%

iv) 3개년 최종 손해율

연도	최종손해율
AY2017	65%
AY2018	70%
AY2019	75%